BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№3 ***Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası*** ***2015***

UOT 517.95

YARIMMÜSTƏVİDƏ ELLİPTİK TİP TƏNLİK ÜÇÜN STEKLOV MƏSƏLƏSİNİN HƏLLİ

R.M.ZEYNALOV
AMEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutu
raminz.math@gmail.com

Birinci tərtib elliptik tip tənlik üçün müxtəlif oblastlarda sərhəd məsələsinin həlli araşdırılmışdır. Burada Koşi-Riman tənliyi üçün yarımmüstəvidə bir sərhəd məsələsinin həlli araşdırılmışdır. Sərhəd şərti yalnız ikinci yarımmüstəvi ilə eyni olan sərhəddə verilmişdir. Qeyd edək ki, bu şərt xüsusi şəklə malikdir. Belə ki, bu sərhəddə eyni zamanda hərəkət edən iki nöqtə üçün Karleman şərti ödənilir.

Baxılan sərhəd məsələsinin həllinin araşdırılması işdə alınan zəruri şərtlərin xassələrinə əsaslanır. Verilmiş sərhəd şərti vasitəsilə zəruri şərtlərdə olan sinqulyarlıqlar requlyarlaşdırılır.

Açar sözlər: Koşi-Riman tənliyi, Steklov məsələsi, zəruri şərtlər, sinqulyarlıq, requlyarizasiya, Fredholmluq, məxsusi ədədlər, məxsusi funksiyalar.

Məlumdur ki, Steklov məsələsi dedikdə elə spektral məsələ başa düşülür ki, spektral parametr yalnız sərhəd şərtinə daxil olsun [1]- [4]. Bu tip məsələlərə həm adi diferensial tənliklər üçün, həm də xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün baxmaq olar. Belə ki, adi diferensial tənlik üçün belə məsələlərdə, ümumiyyətlə, spektr sonlu sayda ola bilər. Xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün Steklov məsələlərində adətən elliptik tip tənliklər üçün məsələlərə baxılır [5], [6]. Biz burada birinci tərtib elliptik tip diferensial tənlik olan Koşi-Riman tənliyi üçün Steklov məsələsinə baxacağıq. Məsələyə yuxarı yarımmüstəvidə baxılmışdır. Qeyd edək ki, məhdud müstəvi oblastda Koşi-Riman tənliyi üçün iki nöqtəli (yəni eyni zamanda sərhəddə iki nöqtə hərəkət edirsə) bir qeyri-lokal sərhəd şərtinin verilməsi bu məsələnin Fredholmluğu üçün, yəni bu sərhəd məsələsinin nüvəsində sinqulyarlıq olmayan ikinci növ Fredholm tənliklər sisteminə gətirilməsi üçün kafi olduğu göstərilmişdir. Burada baxılan müstəvi oblast və onun sərhədi qeyri-məhduddur. Koşi-Riman tənliyinin həlli analitik funksiya olduğundan, sərhədin sonsuzluqda olan hissəsində həlli sıfır götürmək olmaz, çünki bu zaman həll eynilik kimi sıfır ola bilər. Digər tərəfdən əgər bütün sərhəddə Dirixle şərti verilərsə, onda bu məsələnin həlli ümumi vəziyyətdə mövcud olmaya bilər [10]. Ona görə biz bu məsələyə yarımmüstəvinin sonsuzluqdakı sərhədində heç bir şərt qoymadan, ancaq əsas sərhədində xüsusi şəkildə sərhəd şərti verəcəyik (iki nöqtəli məsələ olmaqla Karleman şərti ödənilir [7]).

Məsələnin qoyuluşu

Aşağıdakı kimi məsələyə baxaq:

$$\frac{\partial u(x)}{\partial x_2}+i\frac{\partial u(x)}{\partial x_1}=0, \quad x_1\in R, \quad x_2>0, \tag{2.1}$$

$$\alpha_1 u(-t,0)+\lambda\alpha_2 u(t,o)=0, \quad t\geq 0, \tag{2.2}$$

burada $i=\sqrt{-1}$, α_1 və α_2, ümumiyyətlə, kompleks ədədlər, λ isə spektral parametrdir. Məlumdur ki, Koşi-Riman tənliyinin fundamental həlli [8]

$$U(x-\xi)=\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{1}{x_2-\xi_2+i(x_1-\xi_1)}, \tag{2.3}$$

şəklindədir. Bu fundamental həllin köməyilə (2.1) tənliyi üçün yuxarı yarımmüstəvidə ikinci Qrin formulunu quraq. Başqa sözlə desək, (2.1) tənliyinin hər iki tərəfini (2.3) fundamental həllinə vurub, yuxarı yarımmüstəvi üzrə inteqrallayaq:

$$0=\int_R dx_1\int_0^\infty \frac{\partial u}{\partial x_2}U(x-\xi)dx_2+i\int_0^\infty dx_2\int_R\frac{\partial u}{\partial x_1}U(x-\xi)dx_1=0.$$

Alınan ifadədə daxildə olan inteqralları hissə-hissə inteqrallayaq:

$$0=\int_R dx_1\left[u(x)U(x-\xi)\Big/_{x_2=0}^{\infty}-\int_0^\infty u(x)\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_2}dx_2\right]+i\int_0^\infty dx_2\left[u(x)U(x-\xi)\Big/_{x_1=-\infty}^{\infty}-\right.$$

$$\left.-\int_R u(x)\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_1}dx_1\right]=\lim_{x_2\to\infty}\int_R u(x)U(x-\xi)dx_1-\int_R u(x_1,0)U(x_1-\xi_1-\xi_2)dx_1-$$

$$-\int_R dx_1\int_0^\infty u(x)\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_2}dx_2+i\lim_{x_1\to\infty}\int_0^\infty u(x)U(x-\xi)dx_2-i\lim_{x_1\to-\infty}\int_0^\infty u(x)U(x-\xi)dx_2-$$

$$-i\int_0^\infty dx_2\int_R u(x)\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_1}dx_1,$$

Yarımmüstəvi boyunca olan inteqralları birləşdirib, (2.3)-ün (2.1) üçün fundamental həll olduğunu nəzərə alsaq, yəni

$$\frac{\partial u(x-\xi)}{\partial x_2}+i\frac{\partial u(x-\xi)}{\partial x_1}=\delta(x-\xi)=\delta(x_1-\xi_1)\delta(x_2-\xi_2), \qquad (2.4)$$

burada $\delta(x-\xi)$ ikiölçülü delta funksiya Dirakdır. Beləliklə, biz aşağıdakı kimi əsas münasibəti alırıq.

$$\lim_{x_2\to\infty}\int_R u(x)U(x-\xi)dx_1-\int_R u(x_1,0)U(x_1-\xi_1-\xi_2)dx_1+\lim_{x_1\to\infty}\int_0^\infty u(x)U(x-\xi)dx_2-$$

$$-i\lim_{x_1\to-\infty}\int_0^\infty u(x)U(x-\xi)dx_2=\int_R dx_1\int_0^\infty u(x)\left[\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_2}+i\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_1}\right]dx_2=$$

$$=\int_R dx_1\int_0^\infty u(x)\delta(x-\xi)dx_2= \qquad (2.5)$$

$$=\begin{cases} u(\xi),\ \xi_1\in R,\ \xi_2>0,\\ \frac{1}{2}u(\xi),\ \xi_1\in R,\ \xi_2=0;\ \xi_1\in R,\ \xi_2=\infty;\ \xi_2\ge 0,\ \xi_1=-\infty;\ \xi_2\ge 0,\xi_1=\infty.\end{cases}$$

Bu aldığımız əsas münasibətin birinci hissəsi (2.1)-in $D=\{x=(x_1,x_2);\ x_1\in R,\ x_2>0\}$ oblastında təyin olunmuş ixtiyari həllini, ikinci ifadəsi isə zəruri şərtləri verir.

Zəruri şərtlər. Əsas münasibət olan (2.5)-ə daxil olan zəruri şərtləri ayıraq.

$$\frac{1}{2}u(\xi_1,0)=\frac{1}{2\pi}\int_R\frac{u(x_1,\infty)}{\infty+i(x_1-\xi_1)}dx_1-\frac{1}{2\pi}\int_R\frac{u(x_1,0)}{i(x_1-\xi_1)}dx_1+$$

$$+\frac{i}{2\pi}\int_0^\infty\frac{u(\infty,x_2)}{x_2+i(\infty-\xi_1)}dx_2-\frac{i}{2\pi}\int_0^\infty\frac{u(-\infty,x_2)}{x_2+i(-\infty-\xi_1)}dx_2,\quad \xi_1\in R, \qquad (3.1)$$

$$\frac{1}{2}u(\xi_1,\infty)=\frac{1}{2\pi}\int_R\frac{u(x_1,\infty)}{i(x_1-\xi_1)}dx_1-\frac{1}{2\pi}\int_R\frac{u(x_1,0)}{-\infty+i(x_1-\xi_1)}dx_1+$$

$$+\frac{i}{2\pi}\int_0^\infty\frac{u(\infty,x_2)}{x_2-\infty+i(\infty-\xi_1)}dx_2-\frac{i}{2\pi}\int_0^\infty\frac{u(-\infty,x_2)}{x_2-\infty+i(-\infty-\xi_1)}dx_2,\quad \xi_1\in R, \qquad (3.2)$$

$$\frac{1}{2}u(-\infty,\xi_2)=\frac{1}{2\pi}\int_R\frac{u(x_1,\infty)}{\infty-\xi_2+i(x_1+\infty)}dx_1-\frac{1}{2\pi}\int_R\frac{u(x_1,0)}{-\xi_2+i(x_1+\infty)}dx_1+$$

$$+\frac{i}{2\pi}\int_0^\infty\frac{u(\infty,x_2)}{x_2-\xi_2+i(\infty+\infty)}dx_2-\frac{i}{2\pi}\int_0^\infty\frac{u(-\infty,x_2)}{x_2-\xi_2)}dx_2,\quad \xi_2\geq 0, \tag{3.3}$$

$$\frac{1}{2}u(\infty,\xi_2)=\frac{1}{2\pi}\int_R\frac{u(x_1,\infty)}{\infty-\xi_2+i(x_1-\infty)}dx_1-\frac{1}{2\pi}\int_R\frac{u(x_1,0)}{-\xi_2+i(x_1-\infty)}dx_1+$$

$$+\frac{i}{2\pi}\int_0^\infty\frac{u(\infty,x_2)}{x_2-\xi_2}dx_2-\frac{i}{2\pi}\int_0^\infty\frac{u(-\infty,x_2)}{x_2-\xi_2+(-\infty-\infty)}dx_2,\quad \xi_2\geq 0, \tag{3.4}$$

Beləliklə, aşağıdakı hökmü almış oluruq.

Teorem 1. Yuxarı yarımmüstəvidə analitik olan ixtiyari funksiyanın sərhəd qiymətləri (3.1)-(3.4) münasibətlərini ödəyir.

Qeyd 1. Əgər yuxarı yarımmüstəvidə analitik olan funksiya bütün qapalı yarımmüstəvidə məhduddursa, onda yuxarıda verdiyimiz (3.1)-(3.4) zəruri şərtləri aşağıdakı şəklə düşər.

$$u(\xi_1,0)=\frac{i}{\pi}\int_R u(x_1,0)\frac{dx_1}{x_1-\xi_1}, \tag{3.1$_1$}$$

$$u(\xi_1,\infty)=-\frac{i}{\pi}\int_R u(x_1,\infty)\frac{dx_1}{x_1-\xi_1}, \tag{3.2$_1$}$$

$$u(-\infty,\xi_2)=-\frac{i}{\pi}\int_R u(-\infty,x_2)\frac{dx_2}{x_2-\xi_2}, \tag{3.3$_1$}$$

$$u(\infty,\xi_2)=\frac{i}{\pi}\int_0^\infty u(\infty,x_2)\frac{dx_2}{x_2-\xi_2} \tag{3.4$_1$}$$

Yenidən (2.5) əsas münasibətinə qayıdıb, oradan qapalı yuxarı yarımmüstəvidə məhdud həll üçün alarıq:

$$u(\xi)=-\frac{1}{2\pi}\int_R\frac{u(x_1,0)}{-\xi_2+i(x_1-\xi_1)}dx_1=\frac{1}{2\pi}\int_R\frac{u(x_1,0)}{\xi_2-i(x_1-\xi_1)}dx_1,\ \xi_1\in R,\ \xi_2>0. \tag{3.5}$$

Beləliklə, (3.5) –dən görünür ki, yuxarı yarımmüstəvidə (qapalı) məhdud həlli tapmaq üçün $u(x_1,0)$ -ı bilmək kifayətdir, amma (3.1_1)-dən görünür ki, $u(x_1,0)$ -ı ixtiyari vermək olmaz. Belə ki, (3.1_1) zəruri şərti ödənilməlidir.

Zəruri şərtin araşdırılması. İndi (3.1_1) zəruri şərtini aşağıdakı kimi iki hissəyə ayıraq.

$$u(-\xi_1,0)=\frac{i}{\pi}\int_{-\infty}^{0}\frac{u(x_1,0)}{x_1+\xi_1}dx_1+\frac{i}{\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{u(x_1,0)}{x_1+\xi_1)}dx_1=\frac{-i}{\pi}\int_{\infty}^{0}\frac{u(-x_1,0)}{-x_1+\xi_1}dx_1+$$

$$+\frac{i}{\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{u(x_1,0)}{x_1+\xi_1}dx_1=\frac{-i}{\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{u(-x_1,0)}{x_1-\xi_1}dx_1+\frac{i}{\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{u(x_1,0)}{x_1+\xi_1}dx_1 \quad \xi_1\geq 0, \tag{3.6}$$

$$u(\xi_1,0)=\frac{i}{\pi}\int_{-\infty}^{0}\frac{u(x_1,0)}{x_1-\xi_1}dx_1+\frac{i}{\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{u(x_1,0)}{x_1-\xi_1}dx_1=\frac{-i}{\pi}\int_{\infty}^{0}\frac{u(-x_1,0)}{-x_1-\xi_1}dx_1+$$

$$+\frac{i}{\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{u(x_1,0)}{x_1-\xi_1}dx_1=\frac{-i}{\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{u(-x_1,0)}{x_1+\xi_1}dx_1+\frac{i}{\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{u(x_1,0)}{x_1-\xi_1}dx_1 \quad \xi_1\geq 0. \tag{3.7}$$

Burada (2.2) sərhəd şərtini nəzərə almaqla, aşağıdakı xətti kombinasiyanı quraq:

$$\alpha_1 u(-\xi_1,0)-\lambda\alpha_2 u(\xi_1,0)=\frac{i}{\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{\alpha_1 u(x_1,0)+\lambda\alpha_2 u(-x_1,0)}{x_1+\xi_1}dx_1-$$

$$\frac{i}{\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{\alpha_1 u(-x_1,0)+\lambda\alpha_2 u(x_1,0)}{x_1-\xi_1}dx_1=\frac{i}{\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{\alpha_1 u(x_1,0)+\lambda\alpha_2 u(-x_1,0)}{x_1+\xi_1}dx_1. \tag{3.8}$$

Beləliklə, alırıq.

Teorem 2. Verilmiş (2.1)-(2.2) sərhəd məsələsinin məhdud həlli üçün (3.8) requlyar münasibəti ödənilir.

Fredholmluq. Aldığımız (3.8) requlyar ifadəsini verilmiş (2.2) sərhəd şərtinə qoşsaq:

$$\begin{cases} \alpha_1 u(-t,0) + \lambda\alpha_2 u(t,0) = 0, \\ \alpha_1 u(-t,0) - \lambda\alpha_2 u(t,0) = \dfrac{i}{\pi}\displaystyle\int_0^\infty \dfrac{\alpha_1 u(\tau,0) + \lambda\alpha_2 u(-\tau,0)}{\tau + t} d\tau. \end{cases} \tag{4.1}$$

Əgər $\alpha_1 \neq 0,\ \alpha_2 \neq 0,$ olarsa, onda (4.1)-dən alarıq:

$$\begin{cases} u(-t,0) = \dfrac{i}{2\pi}\displaystyle\int_0^\infty \dfrac{u(\tau,0)}{\tau + t} d\tau + \dfrac{\lambda\alpha_2 i}{2\pi\alpha_1}\displaystyle\int_0^\infty \dfrac{u(-\tau,0)}{\tau + t} d\tau, \\ u(t,0) = -\dfrac{\alpha_1 i}{2\lambda\alpha_2\pi}\displaystyle\int_0^\infty \dfrac{u(\tau,0)}{\tau + t} d\tau - \dfrac{i}{2\pi}\displaystyle\int_0^\infty \dfrac{u(-\tau,0)}{\tau + t} d\tau,\ \ t \geq 0. \end{cases} \tag{4.2}$$

Bununla da aşağıdakı hökmü almış oluruq.

Teorem 3. Əgər $\alpha_1 \neq 0,\ \alpha_2 \neq 0,$ onda (2.1)-(2.2) sərhəd məsələsinin qapalı yuxarı yarımmüstəvidə məhdud həlli (3.5) şəklindədir, $u(x_1,0)$ qiyməti isə (4.2) ikinci növ requlyar inteqral tənliklər sistemindən təyin edilir. Nəhayət, bir daha (2.2) sərhəd şərtindən istifadə etsək, (4.2) sistemindən alarıq.

$$u(-t,0) = \frac{i}{2\pi}\int_0^\infty \frac{d\tau}{\tau + t} \cdot \frac{-\alpha_1 u(-\tau,0)}{\lambda\alpha_2} + \frac{\lambda\alpha_2 i}{2\pi\alpha_1}\int_0^\infty \frac{u(-\tau,0)}{\tau + t} d\tau =$$

$$= \frac{1}{2\pi i}\int_0^\infty \left(\frac{\alpha_1}{\lambda\alpha_2} - \frac{\lambda\alpha_2}{\alpha_1}\right)\frac{u(-\tau,0)}{\tau + t} d\tau, \tag{4.3}$$

$$u(t,0) = \frac{\alpha_1}{\lambda\alpha_2 2\pi i}\int_0^\infty \frac{u(\tau,0)}{\tau + t} d\tau + \frac{1}{2\pi i}\int_0^\infty \frac{d\tau}{\tau + t} \cdot \frac{-\lambda\alpha_2 u(\tau,0)}{\alpha_1} =$$

$$= \frac{1}{2\pi i}\int_0^\infty \left(\frac{\alpha_1}{\lambda\alpha_2} - \frac{\lambda\alpha_2}{\alpha_1}\right)\frac{u(\tau,0)}{\tau + t} d\tau, \tag{4.4}$$

Aldığımız (4.3) və (4.4) inteqral tənliklərinin nüvələri eyni olduğundan aşağıdakı tənliyə baxmaq kifayətdir.

$$y(t) = \rho\int_0^\infty \frac{y(\tau)}{\tau + t}d\tau, \quad t > 0, \tag{4.5}$$

burada

$$\rho = \frac{1}{2\pi i}\left(\frac{\alpha_1}{\lambda\alpha_2} - \frac{\lambda\alpha_2}{\alpha_1}\right), \tag{4.6}$$

yeni parametr, y(t) isə (4.3) də $u(-t,0)$, (4.4)-də isə $u(t,0)$ dır.

Məxsusi ədədlərin və funksiyaların təqribi hesablanması

Yuxarıda aldığımız (4.5) tənliyini diskretləşdirək [12].

$$y(t) = \rho\sum_{k=0}^\infty \int_k^{k+1} \frac{y(\tau)}{\tau + t}d\tau,$$

ifadəsinin sağ tərəfindəki inteqrallara düzbucaqlılar üsulunu tətbiq edək.

$$y(t) = \rho\sum_{k=0}^\infty \frac{y(k+\frac{1}{2})}{k+\frac{1}{2}+t},$$

yaxud da

$$y(n+\frac{1}{2}) = \rho\sum_{k=0}^\infty \frac{y(k+\frac{1}{2})}{k+n+1}, \quad n \ge 0. \tag{5.1}$$

Nəhayət,

$$y(n+\frac{1}{2}) = z_n \quad n \ge 0, \tag{5.2}$$

işarələməsini qəbul etsək:

$$z_n = \rho\sum_{k=0}^\infty \frac{z_k}{k+n+1}, \quad n \ge 0. \tag{5.3}$$

Bu sistemi açıq şəkildə yazaq:

$$
\begin{aligned}
&(\rho-1)z_0+\rho\frac{z_1}{2}+\rho\frac{z_2}{3}+\rho\frac{z_3}{4}+...=0,\\
&\rho\frac{z_0}{2}+(\rho\frac{1}{3}-1)z_1+\rho\frac{z_2}{4}+\rho\frac{z_3}{5}+...=0,\\
&\rho\frac{z_0}{3}+\rho\frac{z_1}{4}+(\rho\frac{1}{5}-1)z_2+\rho\frac{z_3}{6}+...=0,\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&\rho\frac{z_0}{m}+\rho\frac{z_1}{m+1}+...+\rho\frac{z_{m-2}}{2m-2}+(\rho\frac{1}{2m-1}-1)z_{m-1}+\rho\frac{z_m}{2m}+...=0\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}
\tag{5.4}
$$

Aşağıdakı determinanta baxaq:

$$
\Delta_n=\begin{vmatrix}
(\rho-1) & \frac{\rho}{2} & \frac{\rho}{3} \cdots\cdots\cdots & \frac{\rho}{n}\\
\frac{\rho}{2} & \frac{\rho}{3}-1 & \frac{\rho}{4} \cdots\cdots\cdots & \frac{\rho}{n+1}\\
\cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots\\
\frac{\rho}{n} & \frac{\rho}{n+1} & \frac{\rho}{n+2} \cdots\cdots\cdots & \frac{\rho}{2n-1}-1
\end{vmatrix}=0. \tag{5.5}
$$

Bu tənliyin köklərini $\rho_1,\rho_{2,\dots,}\rho_n$ ilə işarə edək. Onlar (4.5)-in məxsusi ədədləri üçün təqribi qiymətlərdir. Bu qiymətləti (4.6)-da yazıb, oradan təyin olunmuş λ_k -lar qoyulmuş məsələnin məxsusi ədədləri üçün təqribi qiymətlərdir. Baxılan (2.1)-(2.2) sərhəd məsələsinin məxsusi funksiyaları üçün təqribi ifadə isə (3.5)-dən alınır. Bunun üçün ρ_k -ları (4.5)-də yazıb, oradan y_t üçün təqribi ifadə alınır. Bu ifadə $y_t=u(t,0)$ əvəzinə (3.5) də yazılır. Beləliklə, məxsusi ədəd və funksiyaların təqribi hesablanması üçün bir sxem göstərilmiş oldu.

Qeyd 2. Əgər (4.5) dən məxsusi ədəd və funksiyalar dəqiq tapılarsa, onda (2.1)-(2.2)-nin məxsusi ədəd və funksiyaları da dəqiq təyin edilə bilər.

Qeyd 3. Koşi-Riman və Laplas tənlikləri üçün müxtəlif sərhəd şərtləri daxilində Steklov məsələlərinin həllinin araşdırılmasına [9], [10] işlərində baxılmışdır.

ƏDƏBİYYAT

1. Стеклов В.А. Общие методы решения основных задач математический физики. Харьков, 1901, 29 с.
2. Комаренко А.Н., Луковский И.А., Фешенко С.Ф. К задаче собственных значений с параметром в краевых условиях УМЖ. 1965, №6, с. 22-30.
3. Сулейманов Н.С. Об одном приближенном методе вычисления собственных значений и собственной функции задач с параметром в краевых условиях. Прик. вопр. функц. анализа (тем. сб. наук. трудов) АГУ, 1987, с. 95-100
4. Баимов Ш.К., Керимов А.М. Исследование некоторых задач со спектральным параметром в краевых условиях, спектральная теория дифференциальных операторов (тем. Сб.наук. трудов)АГУ, 1984, с.17-30.
5. Баимов Ш.К. Исследование операторов порожденных задачей типа Стеклова Сб. "спектральная теория" Мви ССО Азерб.ССР, АГУ им С.М.Кирова (1982, 34-39)
6. Əliyev N.Ə., Zeynalov R.M. Koşi-Riman tənliyi üçün qlobal hədd tutan sərhəd şərti daxilində Steklov məsələsinin həllinin araşdırılması, AMEA-nın xəbərləri, fizika-texnika və riyaziyyat elmləri seriyası c.XXX № 3, Bakı, 2010, s. 75-80.
7. Aliev N.A., Mustafaeva Y.Y., Murtuzaeva S.M. The Influence of the Carleman Condition on the Fredholm Property of the Boundary Value Problem for Cauchy-Riemann Equation. Procedings of the Institute of Applied Mathematics, Baku, Azerbaijan vol 1. No2, 2012 pp. 153-162
8. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981.
9. Əliyev N.Ə., Zeynalov R.M. Bir qeyri-məhdud oblastda Laplas tənliyi üçün Steklov məsələsi (Riyaziyyat, İnformatika və İqtisadiyyatın müasir problemləri mövzusunda Respublika elmi konfransının materialları). BDU, 2010, c. 199-202.
10. Алиев Н.А., Зейналов Р.М. Фредгольмовость задачи Стеклова для уравнения Коши-Римана с условием Лаврентьева-Бицадзе. Известия Педагогического Университета, серия естественных наук, Баку, №1 , 2012, с. 16-19.
11. Begehr H. Boundary Value Problems in Complex Analysis I. Boletin de la Asociacion Mathematica Venezolana. Vol.12, No 1 (2005) p. 65-85.
12. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука,1989.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СТЕКЛОВА ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ТИПА НА ПОЛУПЛОСКОСТИ

Р.М.ЗЕЙНАЛОВ

РЕЗЮМЕ

Исследовано решение граничных задач для различных областей уравнения эллиптического типа первого порядка. На полуплоскости рассмотрена граничная задача для уравнения Коши-Римана. Условия задаются в общих границах полуплоскостей. Эти условия имеют специальный вид. Так что в этой границе двигаются одновременно две точки, для которых справедливы условия Карлемана. Исследование решения граничных задач основывается на необходимых условиях, полученных в работе. Сингулярности, входящие в необходимые условия, регуляризируются с помощью граничных данных.

Ключевые слова: условие Коши-Римана, задача Стеклова, необходимые условия, сингулярность, регуляризация, фредгольмовость, собственные значения, собственные функции.

SOLUTION OF STEKLOV PROBLEM FOR ELLIPTIC EQUATIONS ON A HALF-PLANE

R.M.ZEYNALOV

SUMMARY

There is investigated the solution of boundary value problems for elliptic equations of the first order in various domains. On a half-plane there is considered a boundary value problem for the Cauchy-Riemann equation. The boundary conditions are defined in the common borders of half-planes. These conditions have a special form. That is, two points, for which Carleman conditions are satisfied, move on this boundary simultaneously. The investigation of the solution of boundary value problems is based on the necessary conditions obtained in the paper. The singularities appearing in the necessary conditions are regularized by means of boundary data.

Key words: Cauchy-Riemann problem, Steklov problem, necessary conditions, singularity, regularization, Fredholm property, eigenvalues, eigenfunctions

Redaksiyaya daxil oldu: 16.06.2015-ci il
Çapa imzalandı: 17.11.2015-ci il